

Incertitudes et présentation d'un résultat numérique

En sciences expérimentales, **il n'existe pas de mesures exactes** : celles-ci sont toujours entachées d'erreurs plus ou moins importantes selon

- Le *protocole*,
- *la qualité des instruments de mesure*,
- *le rôle de l'opérateur*.

Évaluer l'incertitude sur une mesure est souvent un processus complexe, mais il s'agit d'une étape essentielle dans la détermination de la valeur mesurée.

Mesurer une grandeur, c'est rechercher une valeur de cette grandeur et lui associer une incertitude afin d'évaluer la qualité de la mesure.

I- Mesures et incertitudes

1) Définitions de base

Le **mesurande** est la grandeur à mesurer ; c'est par exemple une masse, un volume, une durée, etc...

Le **mesurage** est l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement l'intervalle de valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à la grandeur mesurée. Le terme mesurage est préféré à celui de mesure, car le mot « mesure » a de nombreux sens dans la langue française.

La **valeur mesurée**, ou résultat d'un mesurage, est la valeur attribuée à un mesurande suite à un mesurage.

La **valeur vraie** d'un mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue.

L'**erreur de mesure** est l'écart entre la valeur mesurée et la valeur vraie. Par définition, cette erreur est inconnue puisque la valeur vraie est inconnue.

2) Erreurs de mesure

Les erreurs de mesures peuvent être dues

- à l'instrument de mesure,
- à l'opérateur
- à la variabilité de la grandeur mesurée.

On distingue deux types d'erreurs de mesures :

a) L'erreur de mesure aléatoire

Lorsqu'un même opérateur répète plusieurs fois, dans les mêmes conditions, le mesurage d'un même mesurande, les valeurs mesurées peuvent être différentes. On parle alors d'**erreur de mesure aléatoire**.

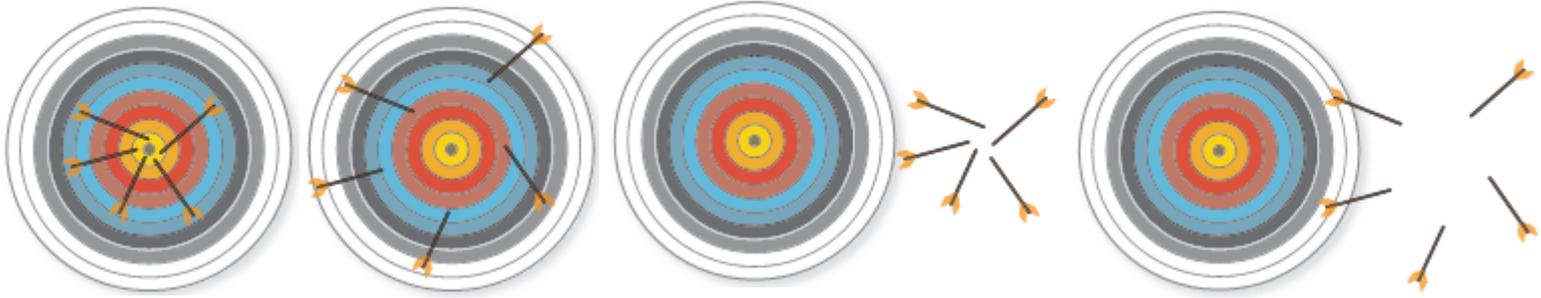
Cette dispersion des valeurs mesurées est due à la qualité du mesurage réalisé par l'opérateur et/ou à la qualité de l'instrument de mesure.

b) L'erreur de mesure systématique

Un appareil défectueux, mal étalonné ou utilisé incorrectement conduit à des valeurs mesurées proches les unes des autres, mais éloignées de la valeur vraie. On parle alors d'**erreur de mesure systématique**.

c) Détermination de l'erreur de mesure

La détermination de l'erreur de mesure nécessite de prendre en compte les deux composantes précédentes. Celles-ci peuvent être plus ou moins importantes. Par exemple, si la valeur vraie est au centre de la cible et si les flèches représentent des valeurs mesurées :



Bonne manipulation
Appareil de qualité

Mauvaise manipulation
Appareil de qualité

Bonne manipulation
Appareil défectueux

Mauvaise manipulation et
appareil défectueux

- *Plus les flèches sont groupées, plus l'erreur aléatoire (qualité de l'opérateur et de l'instrument) est faible*
- *Plus les flèches sont centrées sur la cible (valeur vraie), plus l'erreur systématique (Appareil défectueux ou mal étalonné ou mal utilisé) est faible.*

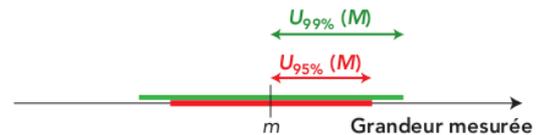
II- Incertitude de mesure

L'incertitude de mesure est une estimation de l'erreur de mesure.

Conformément à la norme NF ENV 13005, l'incertitude de mesure est notée **U**. La notation *U* vient de l'anglais « *uncertainty* ».

L'**intervalle de confiance** est un intervalle dans lequel la valeur vraie a de grandes chances de se trouver. Cet intervalle est centré sur la valeur mesurée, notée *m*.

En général, la largeur de cet intervalle est choisie pour avoir 95 % ou 99 % de chance de trouver la valeur vraie à l'intérieur.



La qualité de la mesure est d'autant meilleure que l'incertitude associée est petite et donc que l'intervalle de confiance est étroit.

Suivant la méthode utilisée pour effectuer le calcul d'une incertitude de mesure, on peut classer cette incertitude dans l'un des deux types ci-dessous :

– Une **incertitude de type A** est évaluée par des méthodes statistiques qui mettent en jeu la **moyenne** et l'**écart-type**. Elle est issue de l'exploitation d'un nombre important de valeurs mesurées.

$$\bar{m} = \frac{\sum_{k=1}^n m_k}{n}$$

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (m_k - \bar{m})^2}{n-1}}$$

$$u(M) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$$U(M) = k \cdot u(M) = k \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

– Une **incertitude de type B** est évaluée par d'autres méthodes. Elle correspond en général à une mesure unique. Sa détermination n'est pas simple, car il faut prendre en compte toutes les sources d'erreurs ou, au préalable, avoir identifié les sources d'erreurs les plus importantes.

**Les formules permettant de calculer ces incertitudes seront toujours données dans les énoncés au bac !!
Par contre, il faut être capable d'énumérer les sources d'erreurs possibles !!!!**

Incertitudes composées (les formules seront toujours données !)

Cas d'une somme ou d'une différence :

Une grandeur G peut être la somme ou la différence de deux autres grandeurs **indépendantes** G_1 et G_2 .

On a alors $G = G_1 + G_2$ ou $G = G_1 - G_2$.

Dans ces deux cas, l'incertitude $U(G)$ est donnée par :

$$U(G) = \sqrt{(U(G_1))^2 + (U(G_2))^2}$$

Cas d'un produit ou d'un quotient :

Une grandeur G peut être le produit ou le quotient de deux autres grandeurs **indépendantes** G_1 et G_2 . On a alors $G =$

$G_1 G_2$ ou $G = \frac{G_1}{G_2}$.

Dans ces deux cas, l'incertitude $U(G)$ est donnée par :

$$U(G) = G \sqrt{\left(\frac{U(G_1)}{G_1}\right)^2 + \left(\frac{U(G_2)}{G_2}\right)^2}$$
$$\frac{U(G)}{G} = \sqrt{\left(\frac{U(G_1)}{G_1}\right)^2 + \left(\frac{U(G_2)}{G_2}\right)^2}$$

Cas d'une multiplication par un nombre exact :

Une grandeur G peut être obtenue à partir d'une grandeur G_1 multipliée par un nombre exact A . On a alors $G = A G_1$.

Dans ce cas, l'incertitude $U(G)$ est donnée par :

$$U(G) = A \cdot U(G_1)$$

Incertitude relative :

$$\frac{U(M)}{m}$$

Ecart relatif à une valeur de référence :

$$\frac{|m_{\text{mesurée}} - m_{\text{référence}}|}{m_{\text{référence}}}$$

, on multiplie par 100 pour avoir un pourcentage !

III- Arrondissement et écriture d'un résultat

Le résultat du mesurage s'écrit $M = m \pm U(M)$ ou $M \in [m - U(M) ; m + U(M)]$. Si elle existe, l'unité est précisée. Par convention, l'incertitude est arrondie à la valeur supérieure avec au plus deux chiffres significatifs, et les derniers chiffres significatifs conservés pour la valeur mesurée m sont ceux sur lesquels porte l'incertitude $U(M)$.

Ainsi, le dernier chiffre significatif de la valeur mesurée doit être à la même position décimale que le dernier chiffre significatif de l'incertitude.

	Valeur mesurée m	Incertitude $U(M)$	Résultat du mesurage M
Vitesse d'une moto	57,925 m·s ⁻¹	0,088 m·s ⁻¹	$V = (57,925 \pm 0,088) \text{ m·s}^{-1}$
Charge électrique	$1,6042 \times 10^{-19} \text{ C}$	$0,0523 \times 10^{-19} \text{ C}$	$q = (1,604 \pm 0,053) \times 10^{-19} \text{ C}$
Concentration	0,1412 mol·L ⁻¹	$1,64 \times 10^{-2} \text{ mol·L}^{-1}$	$C = (0,141 \pm 0,017) \text{ mol·L}^{-1}$

RAPPEL :

TOUT « 0 » placé à gauche du premier chiffre non nul n'est pas significatif !!!